PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA

SENTIDO Y SIGNIFICADO DE LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES EN PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS

MARÍA ELENA ESPINOSA QUIRÓS

PROPUESTA DE TRABAJO FINAL PARA OPTAR AL TÍTULO DE:

MAGÍSTER EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS

FERNANDO PUERTA

ASESOR

UNIVERSIDAD NACIONAL

SEDE MEDELLÍN

2011

PEDAGOGICAL INTERVENTION PROPOSAL

SENSE AND MEANING OF MULTIPLICATION AND DIVISION FOR FRACTION IN CONTEXTUALIXED PROBLEMS

SUMMARY

The difficulties in solving problems are always present for any math topics. This difficulty can be related to the lack of competence and ability of the strategy definition that leads a solution or it can also depend on the difficulties about understanding and inference of necessary information to propose a successful solution.

This proposal objective is to define and work on the difficulties regarding solving problems, especially the ones that have to do with difficulties in multiplication and division for fractions.

Starting from the hypothesis that the concept construction will be clearer if beginning with a graphic representation of the concept, before transmitting the definition of the algorithm.

It is more appropriate that the student creates the concept in a graphical way and then, s/he associates it to the exercises, it is also useful that s/he is able to answer and argue why a division or a multiplication is the solution of any problem, appealing her/his cognitive schemes. The idea is that the student obtains a meaningful learning, beginning from those concepts that are part of his/her cognitive structure.

In order to achieve the objectives, an initial test has been done and it was later compared to the final test to verify the advance that was reached during the intervention. This intervention was done starting from worksheets work, one of them was related to multiplication and the other one to division for fractions, with a thirty three students population that belongs to fifth grade from San José de Las Vegas School.

The results that were obtained from the final test application showed that students use their graphical aspect in solving problems and they seldom use the operation itself. They stay in a construction knowledge phase; however, it is important to stick out their advance in the application of strategies for solving problems related to the topic.

Keywords

Problem solving, competition, strategy, multiplication for fractions, division for fractions, meaningful learning, algorithm, graphical representation, concepts, cognitive structure.

RESUMEN

Las dificultades en la resolución de problemas son latentes para cualquier temática de tipo matemático. Ésta dificultad puede relacionarse con la falta de competencia y habilidad en la definición de estrategias que conduzcan a una solución o también puede proceder de las dificultades en la comprensión e inferencia de la información necesaria para plantear una solución acertada.

Esta propuesta busca definir y trabajar las dificultades en la resolución de problemas, específicamente en el tema de multiplicación y división de fracciones.

Se parte de la hipótesis, que la construcción del concepto será más clara si se inicia con la representación gráfica del concepto, antes de transmitir la definición del algoritmo como tal. Es más adecuado que el estudiante cree el concepto de una manera gráfica y luego lo asocie con las operaciones, que sea capaz de responder por qué un problema tiene como solución una multiplicación o una división, recurriendo a sus esquemas cognitivos. Se trata que el estudiante obtenga un aprendizaje significativo, partiendo de aquellos conceptos que ya hacen parte de su estructura cognitiva.

Para lograr los objetivos propuestos se realizó una prueba inicial que fue comparada con una prueba final, para verificar el avance que se tuvo durante la intervención. Ésta se desarrolló a partir del trabajo de dos guías, una de multiplicación y otra de división de fracciones, con una población de 33 estudiantes del grado quinto del colegio San José de las Vegas.

Los resultados arrojados por la aplicación de la prueba final, mostraron que los estudiantes utilizan en la solución de problemas la parte gráfica y en muy pocas ocasiones la operación como tal. Continúan en una fase de construcción del concepto, sin embargo, es importante resaltar el avance en la aplicación de estrategias para solución de problemas relacionado con el tema.

Palabras clave

Resolución de problemas, competencia, estrategia, multiplicación de fracciones, división de fracciones, aprendizaje significativo, algoritmo, representación gráfica, conceptos, estructura cognitiva.

INTRODUCCIÓN

Es frecuente que en el ámbito educativo el proceso de enseñanza aprendizaje no cuente con sentido y significado a la hora de presentar temáticas específicas; cuando esto sucede se presenta un aprendizaje mecánico y a la hora de plantear problemas de aplicación surgen dificultades debido a la poca o nula relación encontrada entre la situación y el algoritmo.

Este trabajo busca evidenciar la ausencia de significado en los problemas relacionados con multiplicación y división de fracciones, pues el estudiante suele mostrarse estático y con pocas capacidades de razonamiento a la hora de descifrar cuál es la operación que le permitirá hallar la respuesta a una situación planteada.

Es importante tener en cuenta que solucionar un problema no sólo es hallar una respuesta, sino establecer conexiones entre los datos proporcionados, definiendo una estrategia de solución y teniendo como finalidad la pregunta generada. En dicho proceso también influye la comprensión de lectura, una de las principales razones por las cuales se dificulta la resolución de problemas.

Frente a este panorama se sugiere un objetivo general en donde se plantea la necesidad de implementar una propuesta de intervención pedagógica que promueva la interpretación y la adquisición de sentido en la multiplicación y división con fracciones. A partir de éste, se plantean tres objetivos específicos enmarcados en la indagación de conocimientos previos, la implementación de actividades orientadas al análisis, la interpretación y la comprensión de problemas relacionados con la temática a trabajar y por último la evidencia de un cambio sustantivo entre el inicio y el final de la propuesta.

El marco teórico da a conocer información que sustenta el problema. Describe teorías, investigaciones, conceptos, directrices que conducen a la construcción y solución del problema planteado. De esta manera se tendrán en cuenta referentes como Ausubel y su teoría de aprendizaje para enmarcar así la importancia de los conceptos previos que tiene el estudiante, los cuales son la base fundamental para la adquisición de todo nuevo aprendizaje. La utilización de ideas previas, según el autor sirve de “anclaje” para la nueva información, por tanto, será un referente en el planteamiento de las actividades

La planeación dependerá de las estructuras algorítmicas y significativas que se quieran enseñar acerca del tema. Para orientar la propuesta en este aspecto se tendrá como referencia a Polya, con la descripción detallada de la estrategia para solucionar problemas. Se hará especial énfasis en este apartado ya que instaura una estrategia básica que dotará de sentido el proceso de solución de problemas.

De igual manera, se analizarán los diversos significados que tienen las fracciones, para así poder definir cuáles son los que se retomarán a lo largo de la propuesta.

Vergnaud, por su parte, proporciona información detallada sobre los tipos de problemas de carácter multiplicativo y hace un análisis específico de la estructura de los mismos.

El marco metodológico consta de tres etapas: diagnóstico, intervención y análisis de resultados. En la primera etapa se planteará una prueba inicial de donde se podrá inferir información que permitirá analizar variables que posiblemente no estén en consideración pero que puedan hacer parte de la propuesta. De igual manera se efectuará una intervención que tendrá como fundamento los resultados del diagnóstico y la orientación planteada desde los objetivos propuestos. En una tercera etapa se analizarán resultados y se podrá hacer una comparación entre el antes y el después de la intervención. De acuerdo con la descripción realizada, se puede evidenciar que el enfoque de la metodología es cualitativo-cuantitativo y se desarrollará en el colegio San José de las Vegas, sección femenina con 33 estudiantes del grado quinto.

PREGUNTA PROBLEMA

¿Cómo identificar la multiplicación y la división de fracciones en problemas contextualizados?

JUSTIFICACIÓN

Generalmente en las instituciones educativas se enseña el algoritmo para multiplicar y dividir con fracciones, sin embargo, a la hora de aplicar este conocimiento en problemas, los estudiantes la mayoría de las veces, plantean soluciones relacionadas con otro tipo de operaciones, diferente a la solicitada por el problema; esto obedece a una aplicación memorística del algoritmo, en donde no hay evidencia de comprensión, ni análisis. En la actualidad, se observa que algunos estudiantes realizan lecturas superficiales, no interpretando y no abstrayendo información necesaria para llevar a cabo un proceso de solución. Esta es una de las variables que impiden que los estudiantes tengan éxito en la solución de problemas de tipo matemático. Es usual cuando un estudiante se enfrenta a una tarea, que realice una primera lectura y al no entender inmediatamente, recurra al profesor para que lo oriente o le diga qué operación debe ejecutar.

La idea de exponer estas dificultades es para mostrar la importancia de hacer una propuesta que oriente a los estudiantes hacia una comprensión efectiva de los problemas de multiplicación y división de fracciones, ya que dichas operaciones aunque son fáciles de realizar, su aplicación a partir de un problema no es tan clara y definida. Se trata de ejecutar una intervención didáctica y clara para los estudiantes, en donde el primer paso es trabajar los significados de la fracción y la interpretación de las situaciones para culminar con el sentido de las operaciones a partir de los problemas.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Implementar una propuesta de intervención pedagógica, que enfatice en la interpretación y significado en problemas contextualizados de multiplicación y división con fracciones.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Indagar los conocimientos previos que tienen los estudiantes con respecto al algoritmo de las operaciones multiplicación y división con fracciones y a la resolución de problemas de este tipo.
- Plantear actividades que promuevan el análisis, la interpretación y la comprensión de problemas de multiplicación y división con fracciones, teniendo en cuenta estructuras diversas.
- Analizar los cambios evidenciados después de ejecutar la propuesta de intervención, con respecto a la adquisición de significado y sentido de este algoritmo, aplicado a problemas contextualizados.

MARCO TEÓRICO

Uno de los significados más representativos de la fracción hace alusión al cociente entre dos números enteros a y b. Se representa $\frac{a}{b}$. El número **a** se llama numerador y el número **b**, se llama denominador. Ésta expresión $\frac{a}{b}$ carece de sentido si no se encuentra enmarcada en una situación específica. Una fracción adquiere significado cuando se introduce en un contexto adecuado que permita mostrar su importancia a partir de la solución de problemas.

Al igual que cuando se trabaja con operaciones con fracciones, lo más importante no es hacer énfasis en la utilización del algoritmo como tal, pues eso simplemente se memoriza y es automático para el estudiante. Todos los ejercicios se resuelven de igual manera, lo importante radica en saber justificar y argumentar por qué determinado problema me indica que encuentre la respuesta mediante la utilización de una operación y no de otra.

Por lo anterior, es necesario hacer hincapié en el concepto de fracción, desde sus diversos significados, los cuales son: operador parte-todo, cociente, relación de razón, fracción medidora, porcentajes, probabilidad; éstos no son diferenciados por los estudiantes en la edad escolar. En algunas ocasiones, hasta el mismo docente no comprende esta diversidad de significados, por lo tanto hace énfasis en el concepto de fracción como operador y parte-todo, mostrando superficialmente las demás aplicaciones y negando al estudiante la posibilidad de comprender específicamente los diferentes significados.

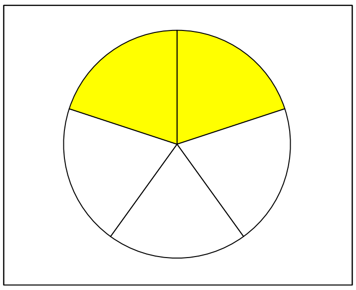
Llinares ofrece un panorama claro de las diversas definiciones de fracciones, planteando una diferenciación entre una y otra. A continuación se presentará una descripción general de cada significado, tratando de ejemplificar y analizar cada una de ellas:

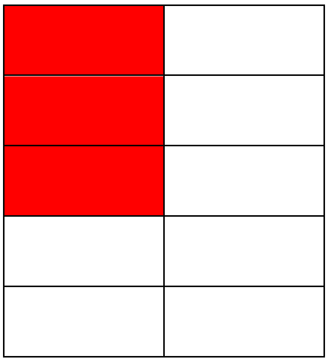
- Fracción parte-todo: se presenta esta situación cuando un todo se divide en partes congruentes. La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes. En esta clasificación se pueden considerar también las fracciones decimales, una estandarización de la relación parte todo, pues en este caso, la unidad se divide en diez partes iguales y el numerador indica cuántas de esas partes se toma.

Representa $\frac{2}{5}$

Fracción decimal

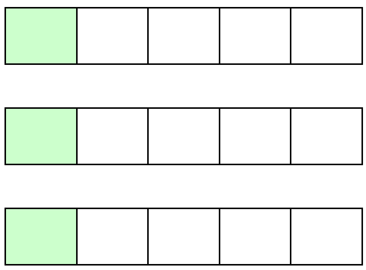
Representa $\frac{3}{10}$





- Las fracciones como cociente: se realiza una asociación de la fracción con la operación dividir el numerador por el denominador. Se plantea entonces una situación de reparto entre una cantidad representada por el numerador y otra cantidad representada por el denominador. Lo que se busca es dividir el numerador en tantas partes iguales como indique el denominador. Por ejemplo, $\frac{3}{5}$ es una fracción, cuyo significado en este caso es tres unidades que se quieren repartir en cinco partes iguales.

3 Unidades



$\frac{1}{5}$

$\frac{1}{5}$

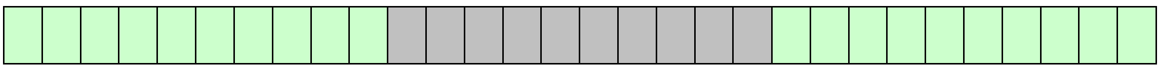
$\frac{1}{5}$

$\frac{3}{5}$

3 unidades divididas en 5 partes iguales, una de cada unidad y de esta forma se representa $\frac{3}{5}$ como cociente.

Es de agregar, que en la fracción como cociente, es posible mantener el concepto de división original. En una fracción como la anterior, en donde el numerador es menor que el denominador, no se podría efectuar la división, sin embargo, dicho numerador se puede dividir en décimas para realizar tal operación. Volvamos al ejemplo anterior $\frac{3}{5}$.

3 unidades



Las mismas tres unidades, juntas y repartidas en décimas.

De esta manera se puede realizar la división de 30 décimas y 5, obteniendo entonces un resultado igual a 6 décimas (que es igual a 0.6, si cada unidad se divide en diez partes iguales, o sea décimas).

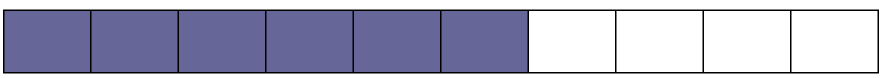
Se conserva la idea de que tres dividido en grupos de a cinco no se puede, pero como tres es lo mismo que treinta décimas, sí se puede dividir en grupos de a cinco y se obtiene seis como resultado o sea seis grupos de a cinco décimas (Ver dibujo anterior).

- Fracción como razón: establece una comparación entre dos cantidades que hacen referencia a una magnitud. Por ejemplo, en las siguientes imágenes, hay una razón de siete niños a dos jóvenes y se puede representar por $\frac{7}{2}$.

- Fracción como probabilidad: plantea una comparación entre el número de casos favorables y el número de casos posibles de una situación determinada. Este significado es utilizado en el inicio de la educación secundaria.

- Fracción como porcentaje: establece una relación de proporcionalidad entre un número y 100. Es importante aclarar que una fracción cuyo denominador sea 100, puede representar un porcentaje; por tanto una fracción equivalente a esa, también representa un porcentaje. Por ejemplo, la siguiente gráfica representa $\frac{3}{5}$

Si cada una de las cinco partes se divide en 2, se obtienen 10 sub-partes.



Ahora la fracción representada es $\frac{6}{10}$

Finalmente si cada una de esas 10 partes se divide en 10 sub-partes más, se obtendría entonces $\frac{60}{100}$

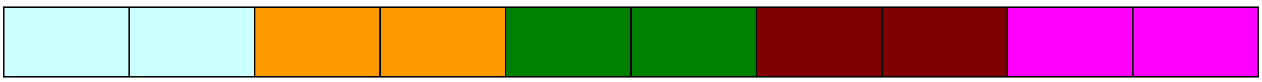
Todas las fracciones representadas son fracciones equivalentes

$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{60}{100}$, ésta última representa 60 partes de 100, es decir un 60%.

- Fracción como operador: ejerce una transformación sobre una situación que modifica, concibiéndose como una multiplicación seguida de una división o de una división seguida por una multiplicación. Para ejemplificar este significado, se mostrará a continuación la siguiente situación, desde dos visiones: la primera, y la más común, definiendo una fracción de una unidad y la otra, representando una fracción un número determinado de veces.

Una cuerda tiene una longitud de 10 cm y se quieren cortar $\frac{2}{5}$ ***de ella.***

¿Cuántos centímetros serán cortados?



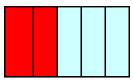
En el anterior enunciado la situación que se pretende modificar es la longitud de la cuerda, mediante un factor transformador que en este caso es la fracción.

Cada cuadrito representa un centímetro, lo que se quiere es dividir los 10 centímetros en cinco grupitos, como muestra la figura. Si se toman dos de esos grupos, los centímetros cortados son 4, que equivalen a los cuatro cuadritos de a un centímetro, obteniendo así los dos quintos de diez $\frac{2}{5}(10)$. La respuesta a esta situación se halla dividiendo entre la unidad que es 10 y el denominador que es 5, y el respectivo resultado de esta operación se multiplica por el numerador que es 2, obteniendo finalmente cuatro centímetros.

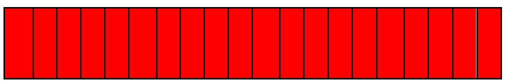
Dentro del concepto de fracción como operador, también se puede considerar otro tipo de estructura, no muy utilizada dentro de la educación básica primaria y es importante tenerla en cuenta, ya que genera significado y permite establecer semejanzas y diferencias en cuanto a dos formas particulares de representación de la fracción como operador.

La fracción $10\left(\frac{2}{5}\right)$, utiliza los mismos términos planteados en la anterior situación, aunque en un orden diferente. Su significado se refiere a la fracción dos quintos, multiplicada diez veces. Su solución operativa proporciona el mismo resultado que $\frac{2}{5}(10)$, sin embargo su interpretación es diferente desde la parte gráfica. Veamos:

Cada unidad es dividida en cinco partes y se toman dos.



Se juntan los dos quintos, diez veces y se obtienen los mismos cuatro centímetros. Esto se puede observar comparando la primera gráfica y la tercera.



De esta manera, se puede apreciar que la fracción como operador, no siempre simboliza esa fracción que se toma de la unidad, también se puede interpretar como la fracción que se multiplica una cantidad exacta de veces, según sea la unidad, y en ambos casos, representará lo mismo.

La descripción detallada anteriormente permite reconocer las diferencias entre los diversos significados que tiene el concepto de fracción, por tanto, el planteamiento de ejercicios y problemas asociados a éstos significados deben tener la redacción adecuada, de tal suerte que evidencie cuál es el sentido de la fracción.

Esta propuesta pretende generar significado a los diversos problemas a los que el estudiante se enfrenta, para que la simple solución trascienda de la aplicación del algoritmo y se fundamente en la búsqueda del significado, un por qué, acompañado de un análisis y una argumentación general.

Un ejemplo claro, se evidencia en los problemas de multiplicación y división porque son operaciones con un algoritmo fácil de aplicar pero difícil de comprender en su estructura. Generalmente dichos problemas utilizan el significado de la fracción parte todo, fracción como operador y fracción como cociente, por tanto se hará especial énfasis en estos tres significados y en contextos específicos.

Según Llinares y María Victoria Sánchez, hay una desvinculación entre la situación matemática y la realización de la operación mediante el algoritmo correspondiente, es decir, no hay una relación clara entre el problema y el algoritmo a aplicar, lo cual surge de la no comprensión del problema. Aparece entonces la dificultad de la interpretación de problemas matemáticos en general, asunto que Polya intenta subsanar con su estrategia de resolución de problemas, donde describe una serie de pasos que pueden permitir un mejor desempeño en la interpretación de problemas, pues mueve al individuo a concientizarse de lo que está leyendo y al mismo tiempo a evaluar el proceso a desarrollar.

Los pasos propuestos por Polya para resolver un problema son:

1. Entender el problema.
2. Configurar el plan.
3. Ejecutar el plan.
4. Mirar hacia atrás.

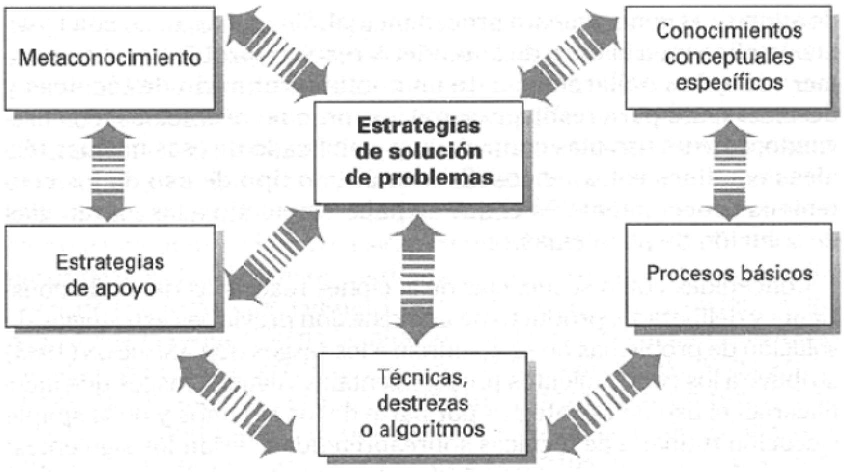
Cada uno de estos pasos invita a responder una serie de cuestionamientos que permiten autoevaluar y verificar el tránsito por cada una de las etapas. Por ejemplo en el paso 1, las preguntas usuales son: ¿Entiendes todo lo que dice? ¿Puedes replantear el problema con tus propias palabras? ¿Distingues cuáles son los datos? En el paso 2, lo más recomendable es hacer una lista, hacer un razonamiento indirecto o resolver un problema equivalente. En el paso 3, se recomienda implementar la o las estrategias que se escogieron hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción sugiera tomar un nuevo curso. Y finalmente se plantea reevaluar el proceso, analizando si la respuesta satisface lo establecido en el problema.

Estas recomendaciones son básicas para seguir el análisis de un problema, sin embargo hay que tener en cuenta que un avance en la resolución de problemas se logra, siempre que se cuente con un conocimiento procedimental aplicable a las situaciones formuladas, pues de esta manera lo que opera es la estrategia a ejecutar.

Dentro de este conocimiento procedimental, se debe tener como referente principal el conocimiento conceptual específico, pues a su vez es el que brinda herramientas fundamentales para trazar un camino acertado en la solución de problemas. Juan Ignacio Pozo en su texto *Solución de Problemas*, muestra los diversos procesos psicológicos inherentes a las estrategias de solución de problemas que a su vez pueden servir de complemento a las cuatro fases o etapas expuestas por Polya. Este autor plantea que las estrategias de solución de problemas deben tener en cuenta, además del conocimiento específico con sus procesos básicos, otros elementos, como son: el meta-conocimiento, las estrategias de apoyo y técnicas, destrezas o algoritmos. A continuación se muestra el esquema representado por Pozo[1].

---

[1] Tomado de: Pozo, J. La solución de problemas. (1994). Madrid. Editorial Santillana. P 8.



El autor resalta que desarrollar una estrategia de solución de problemas no solamente implica ejecutar una técnica, sino que incluye una serie de procesos como los que se muestran en el cuadro.

El meta-conocimiento hace alusión a la reflexión que se hace frente al proceso de solución de problemas, es una evaluación asertiva sobre el desarrollo de la técnica, las habilidades empleadas y el funcionamiento de la estrategia utilizada.

Los procesos básicos hacen referencia a los conceptos previos y a la utilización de conocimientos anteriores a la temática que se esté trabajando y por último se mencionan las estrategias de apoyo, que según el autor están conectados con el componente actitudinal del aprendizaje.

Ante esta descripción, Pozo plantea una serie de pasos, que de alguna manera están muy conectados con el trabajo propuesto por Polya. Se proponen cinco procedimientos para resolver problemas. Ellos son:

1. Adquisición de la información.

2. Interpretación de la información.

3. Análisis de la información y realización de inferencias.

4. Comprensión y organización conceptual de la información.

5. Comunicación de la información.

Cada uno de estos procedimientos guarda una estrecha relación con las fases de Polya, simplemente están definidos con otras palabras, pero nótese que la adquisición de información esta inmersa en la comprensión del problema. La interpretación y el análisis de la información se hallan dentro de la configuración del plan y la organización de la información y la comunicación de la misma aparecen dentro de la evaluación de la estrategia.

Lo que se desea mostrar es la relación existente entre los procedimientos y las estrategias para solucionar un problema. No se trata simplemente de leer un problema e ir ejecutando paso a paso las etapas o las premisas descritas, se trata de ir guiando o coordinando el camino a seguir, evaluando, descartando y sugiriendo las mejores opciones para hallar una respuesta, después de hacer un plan que se pueda ejecutar exitosamente.

Otro aspecto a tener en cuenta para lograr una buena interpretación de los problemas con fracciones, es el uso de material didáctico o gráficos adecuados, que permitan una representación clara y concisa de la situación presentada. En este apartado es importante mencionar a Lucía Zapata Cardona, quien analiza una forma de abordar la multiplicación y la división de fracciones desde la estrategia de franjas y la estrategia de rectángulos con particiones múltiples (o rejilla). El objetivo de dicha propuesta es brindar la posibilidad de resolver problemas sin necesidad de emplear el algoritmo.

Ella recalca que al estudiante debe planteársele situaciones en contexto, experiencias con material específico para que establezca una relación significativa antes de aprender el algoritmo. Dada esta justificación, muestra la utilidad de la parte gráfica a la hora de resolver algunas situaciones relacionadas con el tema de multiplicación y división de fracciones. Mediante el uso de rectángulos debidamente divididos de acuerdo a la situación, se va planteando paso a paso la solución acertada a través de particiones, sin efectuar operación alguna, demostrando así la importancia del significado y de la estrategia presentada, brindándole al estudiante la posibilidad de comprender sin usar el algoritmo. En palabras de Zapata, "…estas estrategias pueden constituir un excelente escenario para la exploración, ambientación y construcción en el aula previo a la introducción formal de los algoritmos”[2].

Por ejemplo en el algoritmo de la división, es importante mostrar a través de la representación gráfica, por qué la solución de problemas de división se efectúa mediante una multiplicación invertida. Para ello se hace necesario la homogenización de las fracciones que intervienen y la representación de las mismas, estrategia que proporciona una respuesta correcta y que al introducir el algoritmo como tal, el estudiante puede comparar y concluir que esa homogenización es un proceso alterno e importante en la comprensión del algoritmo, pero no necesario en su ejecución. Por tanto, la finalidad del uso de franjas o rejillas es construir el significado de las operaciones.

Otro elemento relevante en el planteamiento y solución de problemas contextualizados es el tipo o los tipos de problemas según su estructura. En el caso de la división de fracciones, Mauricio Contreras, tomando como referencia a Vergnaud, menciona las diversas estructuras de los problemas verbales de división, enfatizando en el isomorfismo de medidas y el producto de medidas. El primero establece una relación cuaternaria entre cuatro cantidades, dos cantidades son medidas de un cierto tipo y las otras dos de otro tipo (regla de tres). La segunda, establece una relación ternaria entre tres cantidades. En este caso, para la división, permite encontrar una de las medidas elementales cuando se conoce la otra, y la medida producto.

Según el mismo autor los tipos de problemas también se clasifican de acuerdo a los modelos semánticos sobre todo en la división, los más usuales son los relacionados con la medida y el factor perdido, que hacen referencia al hallazgo de un factor, dado que se conoce el producto, o aquellos relacionados con el área, en donde se

---

[2] Zapata , L (2009). Cómo abordar la multiplicación y la división de fracciones. *Ethos Educativo*, 45, 223-234.

conoce por ejemplo una dimensión y dada el área total se encuentra la otra dimensión.

El conocimiento de estos tipos de problema permiten tener claridad a la hora de efectuar planteamientos de situaciones, de tal manera que no se evidencien esquemas repetitivos en donde siempre se haga una pregunta en torno al mismo dato, sino por el contrario, que la pregunta problema varíe de acuerdo con los datos proporcionados, procurando así situaciones variadas en su estructura, esto es lo que plantea Vergnaud en "*El niño, las matemáticas y la realidad"*, donde especifica que los problemas de isomorfismo de medida en su estructura se clasifican de acuerdo con la ubicación de la incógnita entre las tres cantidades relacionadas, pues hay que recordar que la cuarta cantidad es uno.

En el producto de medida se tienen en cuenta dos estructuras; una de ellas está representada en la multiplicación, en la cual se halla el producto, y la otra es la división en la cual te dan el total y un factor para hallar el otro.

Estos tipos de estructuras y modelos semánticos deben estar inmersos en un contexto significativo que dé sentido y originalidad a los problemas de tipo matemático relacionados con el tema de multiplicación y división de fracciones. La descripción teórica presentada es material fundamental para el docente a la hora de planear una intervención adecuada que busque fortalecer en el estudiante la solución de diversas estructuras.

Como ya se mencionó, no basta con saber un algoritmo, lo más importante es destacar una competencia con el saber hacer en contexto y este saber hacer se refleja cuando se ha participado de un proceso enseñanza aprendizaje que dé prioridad a la comprensión y a la aplicación de estrategias efectivas. Dicha competencia se ve reflejada cuando hay aprendizaje significativo, el cual es definido por Ausubel como "…un proceso a través del cual una misma información se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no literal) con un aspecto relevante de la estructura cognitiva del individuo. Es decir, en este proceso la nueva información interacciona con una estructura de conocimiento específica que Ausubel llama “concepto subsumidor” o simplemente “subsumidor”, existente en la estructura cognitiva de quien aprende[3].

El subsubmidor, según declara Ausubel está relacionado con los conceptos previos que ya maneja el estudiante y que permite relacionar los conocimientos que va adquiriendo, estableciendo una red de conexiones que permiten unir los conceptos que se estén trabajando.

Una de las premisas del aprendizaje significativo es el aprendizaje por descubrimiento, el cual va de la mano con el uso del material concreto, es el puente que permite una mejor comprensión siempre y cuando se tenga clara la intención del trabajo y se permita la ejecución de los conceptos previos con que cuente el estudiante.

El aprendizaje por descubrimiento tiene relación con la teoría del constructivismo; Ausubel no lo describe literalmente, sin embargo, se le brinda al estudiante la posibilidad de que descubra, de que construya por sí mismo sus aprendizajes, empleando conceptos o definiciones que ya maneja. Lo que prima en este tipo de aprendizaje es la labor del docente, sin dejar de lado al estudiante, como protagonista en la valoración y verificación de su aprendizaje, en donde el conocimiento es construido y no transmitido, aunque el autor señala que éste último, denominado “aprendizaje por recepción” no pierde el carácter de significativo, ya que depende de las actividades sugeridas y de la incorporación del nuevo contenido a la estructura cognitiva.

Es el mismo Ausubel quien plantea que: “la solución de problemas es un método válido y práctico para buscar evidencias de aprendizaje significativo. Tal vez sea, la

[3] Moreira, M. (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica.* Madrid: Visor.

única manera de evaluar en ciertas situaciones, si los alumnos realmente comprendieron de manera significativa las ideas que son capaces de verbalizar."[4]

De esta manera, aspectos como: el aprendizaje significativo, tipos de problemas según la estructura, la interpretación y la comprensión de problemas, entre otros, son elementos fundamentales a la hora de construir y ejecutar una propuesta de solución de problemas, cuya finalidad sea lograr que los estudiantes interpreten y comprendan desde un análisis de estrategias y de conocimientos ya adquiridos; cabe destacar que tanto el conocimiento, como la practica funcional son importantes a la hora de solucionar problemas.

---

[4] Moreira, M. (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica.* Madrid: Visor.

METODOLOGÍA

La metodología a ejecutar será cualitativo-cuantitativa, pues se pretende realizar un análisis subjetivo de los actores involucrados en cuanto al tema a tratar, por lo tanto se requiere contacto directo con ellos. De igual manera, al implementar la intervención se analizarán los resultados obtenidos, comparándolos con los esperados. Algunas de las informaciones serán registradas en gráficos que evidencien el avance de los estudiantes después de la intervención.

Marco contextual

Este trabajo se desarrollará con la población estudiantil del Colegio San José de las Vegas, sede Medellín Femenino, definiendo como muestra 33 estudiantes del grado 5C.

La propuesta de intervención consta de tres etapas que son:

Etapa de diagnóstico

En esta etapa se analizará el estado de las niñas con respecto al tema a tratar. En este caso la comprensión y el significado otorgado a los problemas de multiplicación y división con fracciones. Para ello se efectuará una prueba que permita evidenciar la forma en que las niñas interpretan el problema y aplican el algoritmo necesario. En esta etapa es importante tener en cuenta que las niñas ya conocen el algoritmo, es decir el proceso no se va a ejecutar con total desconocimiento del tema por parte del estudiante. Lo fundamental es aplicar dicho algoritmo en situaciones específicas que en ocasiones es difícil reconocer.

Etapa de intervención

Esta etapa tuvo una duración de 10 momentos de clase, cada uno de 45 minutos. Las actividades a ejecutar son dos guías sobre multiplicación y división de fracciones, con sus respectivos anexos, cuyo objetivo es proporcionar un aprendizaje significativo de las operaciones mencionadas, aplicable a la resolución de problemas. Estas guías son construidas con los parámetros proporcionados por la institución, ya que allí se implementa la metodología de educación personalizada, en donde el estudiante es orientado a través del planteamiento de unas actividades que lo encaminan hacia la obtención de sus aprendizajes. Al finalizar el desarrollo de las guías se llevó a cabo un momento de puesta en común en donde se solucionaron y se afianzaron los aprendizajes obtenidos.

Desde la primera sesión, se le entregó a cada una de las niñas la guía sobre multiplicación de fracciones y cuando la finalizaron se les entregó la guía de división de fracciones con sus respectivos anexos. Dada la metodología de trabajo, ellas iban desarrollando las actividades propuestas, con la debida asesoría del docente cuando era solicitada.

La primera parte de las guías tenía una serie de puntos para trabajo individual; éste tenía como propósito la construcción del concepto y significado de la operación. La segunda parte de las guías tenían un trabajo en equipos, en donde debían resolver problemas relacionados con las operaciones ya mencionadas.

Luego de realizar la puesta en común, se efectuó la prueba final, en donde se evaluaba la habilidad para resolver problemas contextualizados de multiplicación y división de fracciones.

Las evidencias recogidas por medio del desarrollo de estas guías, en este caso, las producciones de los mismos estudiantes, son las que permitirán efectuar el análisis y la interpretación de resultados.

Interpretación de resultados

Para la interpretación de resultados, se recurrió a la estadística descriptiva organizando y presentando la información en tablas y gráficos, además del análisis de los mismos, de igual forma se sustrajo información de las evidencias registradas y recolectadas en los cuadernos y trabajos realizados por los estudiantes, esto se empleó como herramientas que respaldan y validan las inferencias realizadas.

COLEGIO San José de Las Vegas ¡Ser más para servir mejor!	Grado 5º	MATEMÁTICAS	GUÍA # 1
FECHA EN QUE SE PONE EN CIRCULACIÓN LA GUÍA:		MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES	FECHA DE TRABAJO CON LA GUÍA
DURACIÓN DE LA GUÍA:		NOMBRE DEL ESTUDIANTE:	

TEMA Y SUBTEMAS	LIBROS QUE PUEDES USAR
• Multiplicación con enteros. • Multiplicación con fracciones.	• Amigos de las matemáticas 5º • Herramientas matemáticas 5º • Matemáticas Experimental 5º • Glifos 5º
ACTIVIDADES PARA REALIZAR	**WEBGRAFÍA**
(Obligatorias individuales) 1) Define con tus propias palabras el concepto de multiplicación con números naturales. 2) Escribe la siguiente suma en forma de multiplicación: 6+6+6+6+6+6+6=	**http://www.estudiantes.info/matematicas/multiplicacion_de_fracciones.htm** **http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/fracciones-multiplicar.html**

3) Escribe un problema que represente la anterior operación. 4) Halla el resultado de la siguiente suma y luego escríbela como una multiplicación: $\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}+\frac{2}{5}=$ 5) Compara el resultado de la suma, con el resultado de la multiplicación. 6) Inventa un problema que ejemplifique la situación anterior. 7) De acuerdo a la comparación anterior, escribe una regla especial, para multiplicar un número fraccionario con un número natural. 8) Escribe en fracción las siguientes situaciones: (puedes ayudarte de la parte gráfica) a) Escribe la fracción que representa 1/3 de una torta. b) Laura consumió 1/3 de dos tortas. ¿Qué fracción de torta consumió Laura? c) Laura consumió 2/6 de 3 tortas. ¿En total, cuánta torta consumió? d) Escribe la fracción que representa 1/3 de ¼ de torta, con respecto a toda la torta? e) Laura consumió 1/3 de media torta. ¿Qué fracción de torta consumió Laura? f) Laura consume 2/6 de 1/3 de torta. ¿Qué fracción de toda la torta consume Laura?	**http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo_mate/fracciones_e/ejercicios/multiplicacion_p.html**
INFORMACIÓN PARA GUARDAR En tu cuaderno debes conservar los siguientes temas, definiciones, conceptos: • Concepto de multiplicación con números naturales. • Concepto de multiplicación con fracciones.	**CREA, DISEÑA O INVENTA ALGO, RELACIONADO CON LA GUÍA.**

ACTIVIDADES PARA TRABAJAR EN EQUIPO	LAS COMPETENCIAS QUE DESARROLLARÁS
TRABAJO GRUPAL (máximo 3 personas) 9) Reclama el anexo 1 a tu profesora. 10) Realiza los problemas f), g) y selecciona otros tres problemas para resolver. a) Juan bebió $\frac{1}{7}$ de medio litro de helado. ¿Qué fracción de litro de helado se bebió Juan? b) Juan tiene $\frac{1}{2}$ barra de chocolate y le ofrece $\frac{1}{6}$ de su trozo a su mejor amigo. ¿Qué parte de la barra le ofreció Juan a su amigo? c) Ana tenía 30 chocolates y le regaló a su hermano $\frac{1}{6}$. ¿Cuántos chocolates le regaló Ana a su hermano? d) Sara tenía que hacer una cartelera en $\frac{1}{4}$ de cartulina. Debía utilizar $\frac{1}{3}$ para hablar de la flora y la fauna. ¿Qué fracción del total de la cartulina utilizó para referirse a la flora y la fauna? e) De una pieza de tela de 48m se cortan ¾. ¿Cuántos metros corto?, ¿cuántos metros mide el trozo restante? f) Un cable de 72 m de longitud se corta en dos trozos. Si uno mide las 5/6 partes de cable. ¿Cuántos metros mide cada trozo? Explica con tus palabras el procedimiento que te lleva a la respuesta. g) ¿A cuánto equivale 2/3 de 27?	**INTERPRETATIVA** Serás capaz de entender y aplicar el concepto de multiplicación de fracciones en problemas matemáticos. **PROPOSITIVA** Serás capaz de proponer soluciones a problemas que incluyan el concepto de multiplicación de fracciones. **ARGUMENTATIVA** Serás capaz de explicar el concepto de multiplicación de fracciones. **ACTITUDINAL** Serás capaz de desarrollar la guía en forma activa, participando en la construcción de tu propio conocimiento.

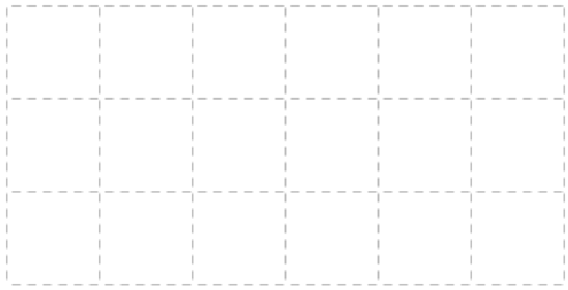
ANEXO 1

Analiza la siguiente situación y resuelve las preguntas planteadas. Colorea cada una de las soluciones:

Juan quiere pintar su cuarto de varios colores. En cada una de las cuatro paredes quiere hacer una combinación de colores. La primera pared la va a pintar de amarillo, pero quiere pintar 1/3 de esa pared de verde. ¿Qué fracción de esa pared quedará pintada de verde?

La mitad de la segunda pared, la quiere pintar de azul, pero desea que 1/3 de esa mitad sea roja. ¿Qué fracción de la pared quedó pintada de rojo?

1/3 de la tercera pared la quiere pintar de blanco, pero desea que 1/3 de esa parte blanca sea naranja. ¿Qué fracción de la pared quedó pintada de naranja?



¼ de la cuarta pared la quiere pintar de verde, pero desea que 1/3 de esa cuarta parte sea violeta. ¿Qué fracción de la pared quedó pintada de violeta?

COLEGIO San José de Las Vegas ¡Ser más para servir mejor!	**Grado** **5º**	**MATEMÁTICAS**	**GUÍA # 2**
FECHA EN QUE SE PONE EN CIRCULACIÓN LA GUÍA:		**DIVISIÓN DE FRACCIONES**	**FECHA DE TRABAJO CON LA GUÍA**
DURACIÓN DE LA GUÍA:		**NOMBRE DEL ESTUDIANTE:**	

TEMA Y SUBTEMAS	**LIBROS QUE PUEDES USAR**
• División con enteros. • División con fracciones.	• Amigos de las matemáticas 5º • Herramientas matemáticas 5º • Matemáticas Experimental 5º • Glifos 5º
ACTIVIDADES PARA REALIZAR **(Obligatorias individuales)** 11) Define con tus propias palabras el concepto de división con números naturales. 12) Crea un ejemplo relacionado con la división de números naturales.	**WEBGRAFÍA** **http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/multiplidivifracciones/representacin_grfica.html**

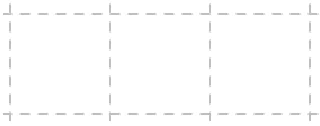
13) Ana desea repartir 1 chocolate en partes iguales para sus tres amigos. ¿Qué fracción de chocolate le corresponde a cada uno?

14) Grafica la siguiente situación: María tiene 5 confites y los quiere compartir con sus 4 amigos. ¿De a cuántos confites le corresponde a cada uno?

15) Carlos, Ana y María compraron una torta que costó $36.000. ¿Si a cada uno le tocaba aportar la misma cantidad de dinero, ¿Qué fracción de dinero le corresponde dar a cada uno?, ¿Cuánto dinero debe dar cada uno?

16) ¿Cuántas veces cabe 1/3 en una unidad? Tenga en cuenta que la figura mostrada es la unidad.

$$1 \div \frac{1}{3} =$$



17) ¿Cuántas veces cabe $\frac{1}{4}$ en dos unidades?

$$2 \div \frac{1}{4} =$$

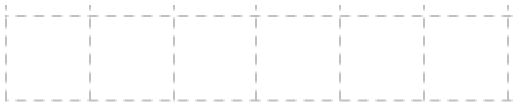
http://www.estudiantes.info/matematicas/division_de_fracciones.htm

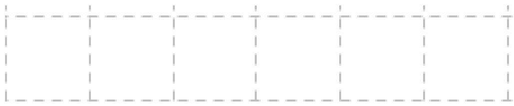
http://www.geothesis.com/index.php?option=com_content&view=article&catid=66%3Atema-5-fracciones&id=817%3Adivision-de-fracciones&Itemid=142

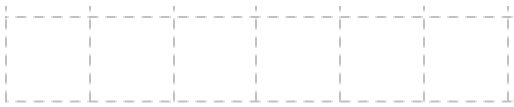
http://www.mamutmatematicas.com/lecciones/division_fracciones.php

18) ¿Cuántas veces cabe $\frac{1}{6}$ en tres unidades?

$$3 \div \frac{1}{6} =$$

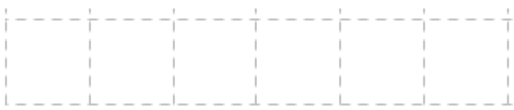


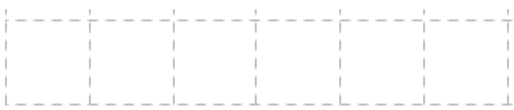


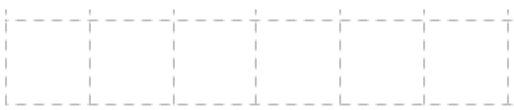


19) ¿Cuántas veces cabe $\frac{2}{6}$ en tres unidades?

$$3 \div \frac{2}{6} =$$







20) Observa detenidamente las respuestas anteriores y responde: ¿Qué operación pudiste haber hecho para encontrar la respuesta a éstas divisiones de fracciones? . 21) Escribe con tus palabras una regla general para dividir fracciones, sin necesidad de hacerlo gráficamente. 22) Aplica la regla anterior para averiguar cuántas veces cabe $\frac{2}{7}$ en $\frac{3}{6}$, es decir $\frac{3}{6} \div \frac{2}{7}$	
INFORMACIÓN PARA GUARDAR En tu cuaderno debes conservar los siguientes temas, definiciones, conceptos: • Concepto de división con números naturales. • Concepto de división con fracciones.	**CREA, DISEÑA O INVENTA ALGO, RELACIONADO CON LA GUÍA.**
ACTIVIDADES PARA TRABAJAR EN EQUIPO **TRABAJO GRUPAL (máximo 3 personas)** 23) Reclama el anexo 1 a tu profesora y analízalo atentamente, antes de continuar con el desarrollo de tu guía. 24) Selecciona dos problemas y resuélvelo utilizando la parte gráfica. a) El dueño de una carnicería quiere repartir 4 kilos de jamón en paquetes de 1/8 de kilo. ¿Cuántos paquetes logrará hacer? b) Andrés reparte equitativamente $\frac{1}{4}$ de barra de chocolate entre sus 3 mejores amigos. ¿Qué cantidad de la barra de chocolate recibió cada uno de sus amigos?	**LAS COMPETENCIAS QUE DESARROLLARÁS** **INTERPRETATIVA** Serás capaz de entender y aplicar el concepto de división de fracciones en problemas matemáticos. **PROPOSITIVA** Serás capaz de proponer soluciones a problemas que incluyan el concepto de división de fracciones.

c) Un lazo rojo mide $\frac{15}{4}$ metros de largo. Un lazo azul mide $\frac{5}{4}$ metros de largo. ¿Cuántas veces cabe el largo del lazo azul en el largo del lazo rojo? 25) Lee atentamente los problemas y resuélvelos: a) Tengo 4 pliegos de papel para cortar en pedazos de $\frac{1}{3}$ de pliego. ¿Cuántos pedazos se obtienen? b) Un terreno de 180 kilómetros cuadrados se quiere repartir en lotes de $\frac{3}{4}$ de kilómetro cuadrado. ¿Para cuántos lotes alcanza?	**ARGUMENTATIVA** Serás capaz de explicar el concepto de división de fracciones. **ACTITUDINAL** Serás capaz de desarrollar la guía en forma activa, participando en la construcción de tu propio conocimiento.

ANEXO 1

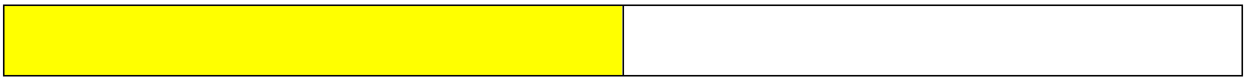
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA DIVISIÓN DE FRACCIONES

Recuerda que la división de fracciones al igual que la división de números naturales se refiere a repartir una cantidad dada. Observa el siguiente ejemplo:

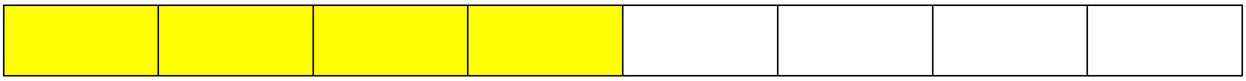
1) **Un vendedor quiere repartir ½ de kilo de tornillos en paquetes de 1/8 de kilo. ¿Cuántos paquetes alcanzará a llenar?**

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{8} =$$

Se representa ½



La unidad se divide en ocho partes



¿Cuántos cuadritos hay coloreados? ______

____

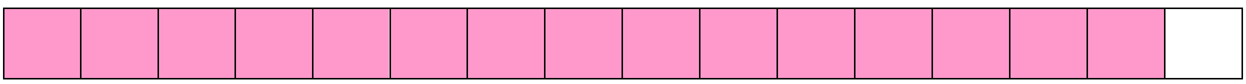
Se puede apreciar que un octavo de la mitad es igual a cuatro. ¿Por qué?

____

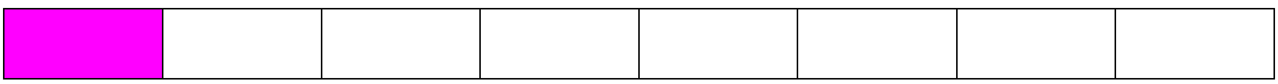
____

2) **Tengo 15/16 de kilogramos de té y lo reparto en paquetes de 1/8 de kilogramo. ¿Cuántos paquetes obtuve?**

Se representan 15/16



Se representa 1/8



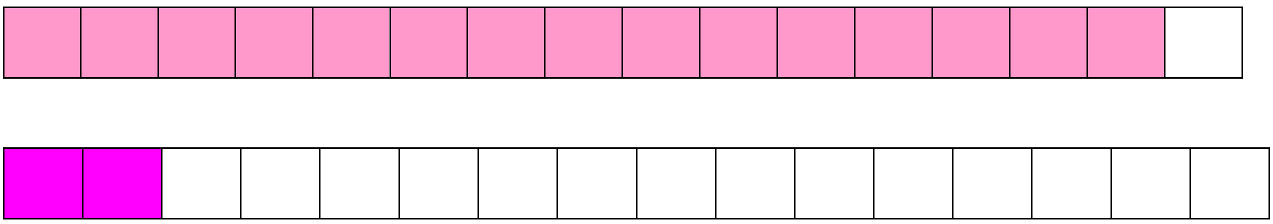
La pregunta es ¿Cuántas partes de 1/8 caben en 15/16?

Es difícil de calcular porque las partes en que están divididos los gráficos no miden lo mismo, por tanto se deben igualar los denominadores para poder resolver la división gráficamente.

$\frac{1}{8}$ es equivalente a $\frac{2}{16}$, por lo tanto la división que se debe hacer es $\frac{15}{16} \div \frac{2}{16}$

Gráficamente, quedaría representado como se muestra abajo.

Si hacemos el conteo, se puede comprobar que $\frac{2}{16}$ caben 7 veces en $\frac{15}{16}$ y sobre $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{16}$. Es decir, caben $7\frac{1}{2}=\frac{15}{2}$=7.5 paquetes.



<u>Responde: ¿Qué operación harías para encontrar la respuesta, sin necesidad de graficar?</u>

INTERPRETACIÓN PRUEBA PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

MOMENTO INICIAL- MOMENTO FINAL

PROPÓSITOS:

- **Momento inicial**: Indagar acerca de la comprensión y aplicación de estrategias de solución en los problemas relacionados con la multiplicación y división de fracciones.
- **Momento final**: Establecer los cambios que presentaron los estudiantes después de la intervención en cuanto a la solución de problemas de multiplicación y división de fracciones.

En la prueba aplicada aparecen ocho problemas, cuatro de multiplicación y cuatro de división, para que los estudiantes identifiquen el sentido de la situación descrita y elijan una estrategia adecuada de solución.

Entre los problemas planteados se encuentra una representación de problemas tipo producto de medidas con cada una de sus estructuras, es decir hay variación entre la respuesta, puede preguntarse por un producto o por uno de sus factores.

A continuación se analizarán los resultados en cada problema desde la fase inicial y la final:

Lucas consumió dos quintas partes de ¼ de kilo de maní ¿Qué fracción de kilo consumió?

Este problema tiene dos cantidades fraccionarias, que hacen parte de un producto de medidas, relacionado con la multiplicación. La solución dada por los estudiantes muestra que un 39.39% no entendió el planteamiento del problema, por tanto no dieron solución alguna. El 15.15% simplemente hizo la representación de 2/5, lo cual demuestra que no hubo ninguna interpretación del problema. El 21.21% representó una solución sin sentido, ya que igualó la multiplicación a la unidad. Un 24.25%

efectúo una representación gráfica perfecta, sin embargo dicha representación no fue analizada ya que la asoció con una respuesta de 2/1, que no tiene sentido con el planteamiento de la situación.

En la prueba final se encuentra que el 6% de la población responde correctamente. Algunas estudiantes se apoyan en la representación gráfica para hallar la respuesta, pero otros hacen directamente la operación multiplicación. Hay ausencia de respuesta en un 12.12% y entre las respuestas incorrectas se observa que hay dificultades en la aplicación del algoritmo de la multiplicación, confundiéndolo con la división, de igual manera se observa en la solución grafica, dos opciones igualmente incorrectas, una en la que realizan una gráfica de fracciones que no se relaciona con el enunciado inicial y otra en el que grafican las fracciones iniciales, pero sin obtener éxito a la hora de hacer la relación entre éstas.

Ricardo pasa 1/3 del día en el colegio, de esa parte, 7/8 está en la sala de clases, y el resto está en recreo. ¿Qué fracción del día pasa Ricardo en la sala de clases?

Cerca de la quinta parte de la población dio una solución gráfica de la situación, sin embargo obtuvieron respuestas como 7/1. No presenta relación alguna entre la parte gráfica y su respuesta, sin embargo es la solución más cercana a la multiplicación de fracciones, haciendo un análisis desde la parte práctica. El 78.78% de la población manifiesta no entender ó simplemente no responde. Otro tanto de la población simplemente presentan una solución donde aparece 7/8, dato esencial del problema, pero no muestran ninguna solución.

En el desarrollo de la prueba final, se evidencia una población más apropiada del concepto. Un 42.42% responde acertadamente el interrogante, un 12.22% manifiestan no entender, por lo tanto hay ausencia de respuesta y el resto de la población coincide en planteamientos como los siguientes: formulación de una multiplicación, aplicando el algoritmo errado, pues suman numeradores con numeradores y denominadores con denominadores. Un 15.15% de la población representan el gráfico correcto, pero no llegan a la respuesta adecuada.

Javier quiere ser concertista, él permanece despierto ¾ partes del día y dedica 2/9 del tiempo que está despierto a practicar piano. ¿Qué fracción del día practica piano Javier?

La solución al problema muestra que el 18.18% de los estudiantes no comprende la situación, por tanto no responden. Más de la tercera parte de la población presenta soluciones sin sentido, que no están relacionadas con el enunciado del problema. Tal parece que hallaran una respuesta empleando un procedimiento mental que no hacen manifiesto. La mayoría da una respuesta de 2/9, dato que hace parte del enunciado, pero que no es una respuesta acertada. Se evidencia una mala interpretación del problema ya que no se tiene en cuenta la fracción del día que Javier permanece despierto.

En la prueba final se puede apreciar que el 27.2 % realiza una gráfica correcta que corresponde con la respuesta acertada. Un 15.1% no plantea solución alguna y el resto de la población se atreve a plantear una solución o una estrategia que no logra concretar, pues al igual que en el problema uno, evidencian dificultades en el algoritmo de la multiplicación y presentan un gráfico acertado sin respuesta alguna, quedándose sólo en el plano representacional, no infiriendo de él la respuesta correcta.

Daniela demora 3/5 de hora en llegar al colegio. De este tiempo, ¼ camina y ¾ anda en bus. ¿Qué fracción de hora camina Daniela desde su casa al colegio?

De igual manera se evidencia que menos de la mitad de la población expresa no entender el problema, por tanto desiste de su solución. El 21.21% efectúa una representación gráfica de ¼, sin tener en cuenta la fracción principal. La mayoría de los estudiantes no hace un análisis interpretativo del problema, simplemente da como respuesta un dato dado en el enunciado.

En la prueba final hay un menor porcentaje de estudiantes que no responden, un 24.24%. Hay un aumento en el rango de respuestas correctas equivalente al

27.27%. Continúan manifestándose dificultades en la interpretación del problema, pues las razones por las cuales el problema no se soluciona acertadamente es porque los estudiantes plantean gráficos errados, nada representativos de la situación expuesta, grafican cada fracción por separado , no emplean la información adecuada, plantean una suma, mala aplicación del algoritmo, dan como opción de respuesta uno de los datos del enunciado y un porcentaje mínimo asume como estrategia el hallazgo de la fracción de un número, tomando como unidad los sesenta minutos que tiene una hora, sin comprender que en la pregunta planteada sólo se les pide la fracción de tiempo, no el tiempo en minutos.

Margarita debe repartir 5 kilos de arroz en bolsas de ¼ de kilo. ¿Cuántas bolsas de ¼ de kilo logrará llenar?

Este problema plantea una división con fracciones. Entre las soluciones presentadas se encuentra que poco menos de la mitad de los estudiantes no proporcionan respuesta alguna, en un menor porcentaje de estudiantes, es notorio que comprenden el significado de la división, pero no desde el concepto de fracciones. Se evidencia una división entre 5 y 4 como si fueran números naturales. Menos de 7 estudiantes plantean una multiplicación de fracciones, aplicando el algoritmo correctamente, y al final efectuando una división entre 5 y 4, obteniendo como respuesta 1 bolsa. Por último el 18.18% da a conocer una respuesta de 24 bolsas, pero dicha respuesta no es avalada por procedimiento alguno. Estos últimos posiblemente tuvieron dificultades en la multiplicación como tal, pero puede ser que el algoritmo aplicado sea correcto ya que la respuesta se acerca mucho a la real.

La prueba final evidencia un importante avance en la comprensión del concepto y en la aplicación de una estrategia de solución adecuada, pues un 42.42% responde correctamente al interrogante. A diferencia de la prueba inicial, en donde hay un mayor porcentaje en ausencia de respuestas, tan sólo se encontró que un 24.2% no responde ante la situación planteada. Algunas de las dificultades observadas entre las respuestas incorrectas son emplear el algoritmo de multiplicación para su solución, hacer un planteamiento de la división en donde se toma el 5/5 como las cinco unidades que plantea el problema. Esto evidencia un error en la identificación de la fracción como unidad. Otros plantean una multiplicación y lo resuelven empleando el algoritmo de la división, obteniendo una respuesta acertada, pero no correcta por la dificultad en la parte procedimental.

Mariana quiere vaciar ¾ de litro de leche en vasitos de 1/8 de litro cada uno. ¿Cuántos vasitos podrá llenar?

El problema plantea una división de fracciones, donde casi toda la población no responde. Una menor cantidad de estudiantes da una respuesta numérica, no avalada por un proceso claro y definido.

El porcentaje de respuestas correctas es equivalente a 24.24%, mientras el porcentaje en ausencia de respuestas es igual 27.27%, fracción menor en comparación a la obtenida en la prueba inicial. Se evidencia entre las dificultades presentadas que algunos estudiantes plantean la división entre fracciones pero la solucionan según las pautas para resolver una multiplicación de fracciones. Otra de las dificultades observadas es que los estudiantes efectúan una solución empleando la resta de fracciones, posiblemente asociando la palabra “vaciar” con la operación resta, lo cual deja ver que no hubo buena interpretación a la hora de leer la pregunta del problema. De igual forma, se presentan algunas soluciones gráficas poco o nada relacionadas con lo que plantea el enunciado.

Tengo ¾ kilo de maní y lo quiero repartir entre varias personas dándole 1/20 de kilo a cada una, ¿para cuántas personas me alcanza?

El 100% de la población no comprende el problema por tanto no se efectúa ninguna solución, a pesar de que en el enunciado se hace mención de la palabra repartir que es sinónimo de división.

Durante la solución de la prueba final se evidencia un gran avance en cuanto al planteamiento de estrategias de solución, pues el 36.36% no da opción de respuesta, un porcentaje relativamente bajo en comparación con el desarrollo de la prueba inicial. De igual manera, el 33.3% responde acertadamente, proponiendo una división de fracciones entre las cantidades dadas. Algunos estudiantes trataron de hacer una gráfica que representará la situación, pero no llegaron a una respuesta clara, recurriendo al planteamiento de la división, lo cual muestra de alguna manera una apropiación y aplicación del concepto en la interpretación del problema.

Estela dice que pesa la cuarta parte del peso de su hermano. Si el hermano pesa 120 libras, ¿Cuántas libras pesa Estela?

Las respuestas muestran que menos del 40% de los estudiantes no entienden el problema. Un porcentaje plantean una división directa entre 120 y 4, sin emplear el algoritmo de la división de fracciones; esto evidencia que tienen claro como encontrar la fracción de una cantidad dada, siempre y cuando el numerador sea uno.

En la prueba final se muestra que el 72.7% de la población respondió acertadamente a este problema. Al igual que en la prueba inicial, la gran mayoría plantea una división como si fueran números naturales ya que el problema brinda la facilidad que después de dividir la unidad en cuatro no tiene que tomar ninguna cantidad ya que el numerador es uno. Este problema pide determinar ¼ de una cantidad y es un problema muy contextualizado y aplicado a las situaciones reales. Sólo hay entre los estudiantes un 9% que no responde.

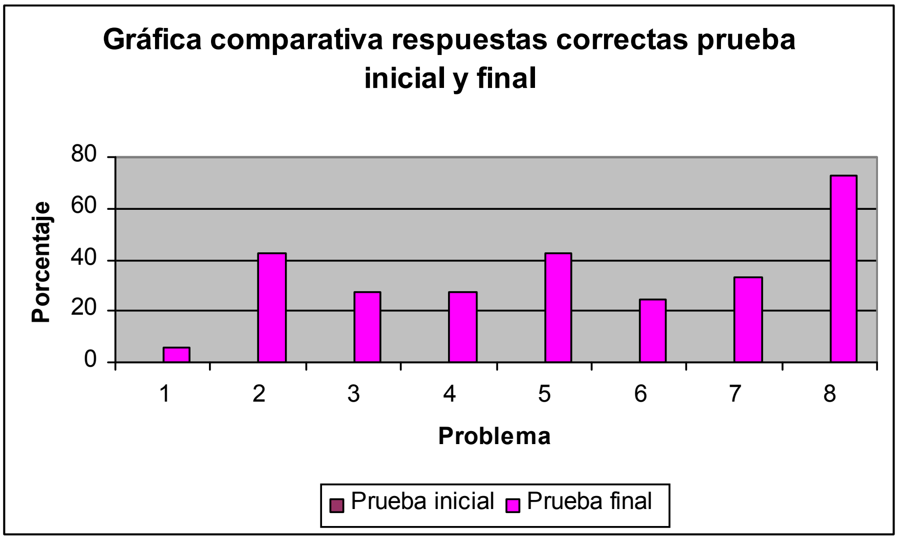
ANÁLISIS CUANTITATIVO DE LA INTERPRETACIÓN

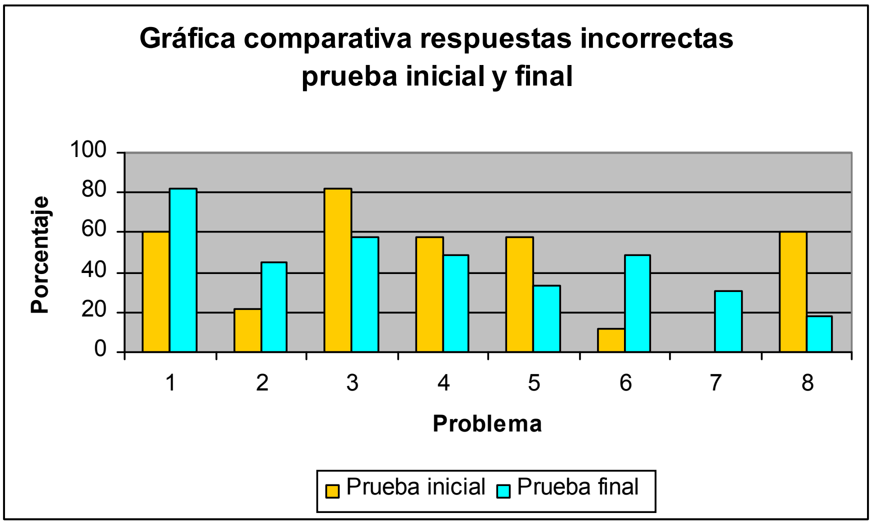
PRUEBA INICIAL

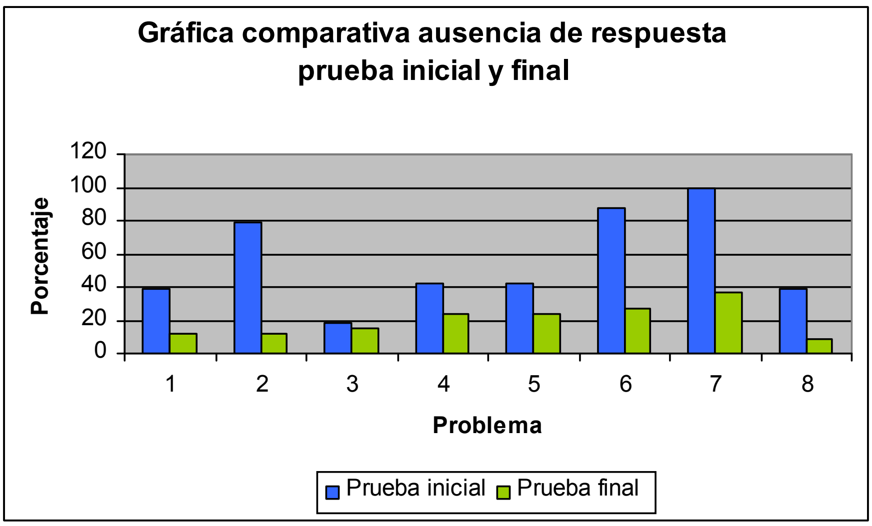
PROBLEMA	RESPUESTAS CORRECTAS %	RESPUESTAS INCORRECTAS %	AUSENCIA DE RESPUESTAS %
1	0	60,61	39,39
2	0	21.22	78.78
3	0	81,82	18,18
4	0	57,58	42,42
5	0	57,58	42,42
6	0	12,13	87,87
7	0	0	100
8	0	60,61	39,39

PRUEBA FINAL

PROBLEMA	RESPUESTAS CORRECTAS %	RESPUESTAS INCORRECTAS %	AUSENCIA DE RESPUESTAS %
1	6	81,88	12,12
2	42,42	45,36	12,22
3	27,27	57,58	15,15
4	27.27	48.49	24,24
5	42,42	33,34	24,24
6	24,24	48,49	27,27
7	33,3	30,34	36,36
8	72,7	18,3	9


Gráfica comparativa respuestas correctas prueba inicial y final
Porcentaje
80
60
40
20
0
1
2
3
4
5
6
7
8
Problema
Prueba inicial
Prueba final


Gráfica comparativa respuestas incorrectas prueba inicial y final
Porcentaje
100
80
60
40
20
0
1
2
3
4
5
6
7
8
Problema
Prueba inicial
Prueba final


Gráfica comparativa ausencia de respuesta prueba inicial y final
Porcentaje
120
100
80
60
40
20
0
1
2
3
4
5
6
7
8
Problema
Prueba inicial
Prueba final

CONCLUSIONES

- Se evidenció que los participantes de la intervención presentaron muchas dificultades en la resolución de problemas al solucionar la prueba inicial, a pesar de que ya tenían conocimiento del algoritmo de la multiplicación y división de fracciones. Esto muestra que hay un desfase entre la enseñanza del algoritmo y la aplicación en la resolución de problemas.

- El uso de franjas o rejillas en la resolución de problemas de tipo multiplicativo en las fracciones es una herramienta útil que fortalece la construcción de significado de las operaciones y a su vez es una estrategia de solución que si es comprendida y bien utilizada, permite hallar respuestas ante una situación indicada.

- Al final de la intervención se observa que parte de la población persiste en la sola aplicación de la representación gráfica para la solución acertada de problemas, no utilizando de ninguna manera el algoritmo. Ello evidencia que el estudiante prefiere una solución clara y comprensible desde sus esquemas cognitivos. Se apropia de un esquema representativo y no alcanza a llegar al nivel conceptual.

- Una de las dificultades en la resolución de problemas es la falta de comprensión lectora. Durante la intervención fue posible observar que los estudiantes no leen; antes de leer en muchas ocasiones le manifiestan al docente que no entienden, sin darse la oportunidad de analizar el problema y ver qué datos hay, cómo están relacionados y cuál es la pregunta problema. Es una dificultad generalizada, la cual debe tratarse desde el aula de clase, promoviendo aún más la resolución de problemas, antes que la enseñanza de algoritmos para aplicarlos en la solución de simples ejercicios. Es necesario establecer una cultura de lectura e interpretación de la información.

- Es primordial que en la Educación Básica Primaria se haga énfasis en la resolución de problemas, a partir del análisis de las estrategias o pasos señalados por Polya, ya que éstos ofrecen un panorama general para el desarrollo de cualquier tipo de problemas. Es importante que las estudiantes conozcan y se apropien de este procedimiento pues es una herramienta útil en el proceso de interpretación.

- El estudiante aprende significativamente cuando hace uso de sus conocimientos previos, pues ello permite hacerse más concientes de sus estrategias de solución, y sus nuevos conocimientos van a tener un fundamento por la conexión que se forma entre ambos tipos de conocimiento.

- Es fundamental que el estudiante sea precursor en la construcción de su propio conocimiento, ello le permite fortalecer su autonomía, brinda seguridad a la hora de tomar decisiones estratégicas en la solución de problemas. De igual manera, el docente, es parte primordial en dicha construcción, pues es él quien debe promover a través de sus interrogantes la utilización de los conocimientos previos y el análisis de cada paso que propone.

- La intervención fue positiva en el sentido que los estudiantes asumen el reto de proponer, muestran más seguridad a la hora de formular una estrategia de resolución de problemas; no se muestran tan estáticos ante el planteamiento de una situación. Asimismo, comprenden la importancia de representar y utilizar esquemas para obtener una mejor comprensión de los problemas. Entienden en forma general, que el planteamiento de un problema en donde se hace referencia a una fracción de otra fracción obedece a una multiplicación y dicho concepto lo construyeron a partir de lo gráfico y la comparación de resultados entre la representación y el uso del algoritmo.

ANEXO 1

PRUEBA INICIAL Y FINAL

Lee atentamente los siguientes problemas y resuélvelos. No olvides dejar la solución por escrito.

1. Lucas consumió dos quintas partes de ¼ de kilo de maní ¿Qué fracción de kilo consumió?

2. Ricardo pasa 1/3 del día en el colegio, de esa parte, 7/8 está en la sala de clases, y el resto está en recreo. ¿Qué fracción del día pasa Ricardo en la sala de clases?

3. Javier quiere ser concertista, él permanece despierto ¾ partes del día y dedica 2/9 del tiempo que está despierto a practicar piano. ¿Qué fracción del día practica piano Javier?

4. Daniela demora 3/5 de hora en llegar al colegio. De este tiempo, ¼ camina y ¾ anda en bus. ¿Qué fracción de hora camina Daniela desde su casa al colegio?

5. Margarita debe repartir 5 kilos de arroz en bolsas de ¼ de kilo. ¿Cuántas bolsas de ¼ de kilo logrará llenar?

6. Mariana quiere vaciar ¾ de litro de leche en vasitos de 1/8 de litro cada uno. ¿Cuántos vasitos podrá llenar?

7. Tengo ¾ kilo de maní y lo quiero repartir entre varias personas dándole 1/20 de kilo a cada una, ¿para cuántas personas me alcanza?

8. Estela dice que pesa la cuarta parte del peso de su hermano. Si el hermano pesa 120 libras, ¿Cuántas libras pesa Estela?

BIBLIOGRAFÍA

- ABDON, Montenegro (1999). *Evaluemos competencia matemáticas 4º, 5º, 6º.* Bogotá: Evaluemos magisterio.
- AGUDELO, Erica. ESPINOSA, María. CARDONA, Nora. CASTAÑEDA, Conrado. MORENO, Paula y VALENCIA, Diana. Sistematización de situaciones problema para desarrollar pensamiento aditivo. Tesis (licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas). Medellín, 2007. 113h.
- BARBÉ, Joaquim. ESPINOZA, Lorena. CERDA, Francisco. WAISMAN, Fanny. Resolviendo problemas multiplicativos con fracciones. Disponible en http://www.lem-udec.cl/2dociclo/UD16to.pdf
- CAVARÍA, Jessenia. ALFARO, Cristian. Resolución de problemas según Polya y Shoenfeld. Disponible en http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/4toCIEMAC/Ponencias/Resoluciondeproblemas.pdf
- CONTRERAS, Mauricio. La división de fracciones: un algoritmo misterioso. Valencia. Disponible en http://www.mauriciocontreras.es/UN%20ALGORITMO%20MISTERIOSO.pdf
- CONTRERAS, Mauricio; GÓMEZ, Bernardo (2006). *Sobre problemas multiplicativos relacionados con la división de fracciones.* En BOLEA, María Pilar; MORENO, Mar; GONZÁLEZ, María José (Eds.), Investigación en educación matemática : actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (pp. 171-184). Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/1284/1/Contreras2006Sobre_SEIEM_171.pdf
- CONTRERAS, Mauricio (2009). Un estudio sobre las variables de los problemas verbales de división de fracciones. *Indivisa, Boletín de Estudios e Investigación.* 161-170.
- DÍAZ, Frida. HERNÁNDEZ, Gerardo. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. Mc Graw Hill. Segunda edición.

- Estrategias para la resolución de problemas. Disponible en http://www.instituto127.com.ar/Academicos/Catedras/Cursilloingreso_Mat_2010/2010_Resoluciondeproblemas_luque.pdf
- GALEANO. E. (2004) *Diseño de proyectos en la investigación cualitativa.* Medellín: Editorial Universidad Eafit.
- GONZÁLEZ, Cristina. PANIAGUA, Juan. Interpretación de problemas matemáticos. Decanatura de Ciencias. ITM.
- LERNER, D. *Las matemáticas en la escuela aquí y ahora.* Argentina: editorial Aique Grupo Editar S.A
- LLINARES, Salvador, SÁNCHEZ, Victoria (1997). *Fracciones.* Madrid: Editorial Síntesis
- MESA, Orlando. (2001) *¿Cómo construír pensamiento matemático en la básica primaria?* Medellín: Escuela Normal María Auxiliadora de Copacabana.
- MONTOYA, L, RAMÍREZ, M. La comprensión lectora en la resolución de problemas. Tesis (Licenciatura en matemáticas y física). Medellín, 2007. 99h.
- MOREIRA, M. (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica.* Madrid: Visor.
- MÚNERA, Jhon Jairo. (2001). Las situaciones problema como fuente de matematización. *Cuadernos pedagógicos* (16)*, 25-33.*
- MÚNERA, Jhon Jairo. Estrategia de intervención pedagógica para la enseñanza de los números fraccionarios. Tesis (Maestría). Medellín: Universidad de Antioquia, 1997.120h.
- OROZCO, Mariela. La estructura multiplicativa. Universidad del Valle. Disponible en http://objetos.univalle.edu.co/files/La_estructura_multiplicativa.pdf
- POZO, Juan. PÉREZ, María del Puy. DOMÍNGUEZ, Jesús. GÓMEZ, Miguel. POSTIGO, Yolanda. La solución de problemas. (1994). Madrid. Editorial Aula XXI Santillana.
- SILVA, M, Rodríguez, A. Fallas al resolver problemas matemáticos. *DINAC* (56-57), 21-28.

- VERGNAUD, Gerard. El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Editorial Trillas. Disponible en http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/cepa/vergnaud.pdf
- ZAPATA, Lucía. (2009). Cómo abordar la multiplicación y la división de fracciones. *Ethos Educativo*, 45, 223-234.